

Superposición de ondas

Batidos. Ondas estacionarias. Interferencia

Superposición de ondas

- $\psi_1 = A_1 \cdot \cos(k_1 x_1 - \omega_1 t + \varphi_1) = A_1 \cdot \cos(\alpha_1)$
- $\psi_2 = A_2 \cdot \cos(k_2 x_2 - \omega_2 t + \varphi_2) = A_2 \cdot \cos(\alpha_2)$

- $\psi = \psi_1 + \psi_2?$

- Cambio de variables, donde $B = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ y $C = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$. Entonces
- $\psi_1 = A_1 \cdot \cos(B + C) = A_1 \cdot [\cos B \cdot \cos C - \text{sen} B \cdot \text{sen} C]$
- $\psi_2 = A_2 \cdot \cos(B - C) = A_2 \cdot [\cos B \cdot \cos C + \text{sen} B \cdot \text{sen} C]$

- $\psi = \psi_1 + \psi_2 = (A_1 + A_2) \cdot \cos B \cdot \cos C + (A_2 - A_1) \cdot \text{sen} B \cdot \text{sen} C$

Superposición de ondas

- $\psi = \psi_1 + \psi_2 = (A_1 + A_2) \cdot \cos B \cdot \cos C + (A_2 - A_1) \cdot \operatorname{sen} B \cdot \operatorname{sen} C$

- Esta es una expresión muy general. Consideremos que $A_1 = A_2 = A$

- Obtenemos la siguiente expresión:

- $\psi = 2A \cdot \cos B \cdot \cos C$

- $\psi = 2A \cdot \cos \left[\left(\frac{k_1 x_1 + k_2 x_2}{2} \right) - \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t + \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \right] \cdot \cos \left[\left(\frac{k_1 x_1 - k_2 x_2}{2} \right) - \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \right) t + \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \right]$

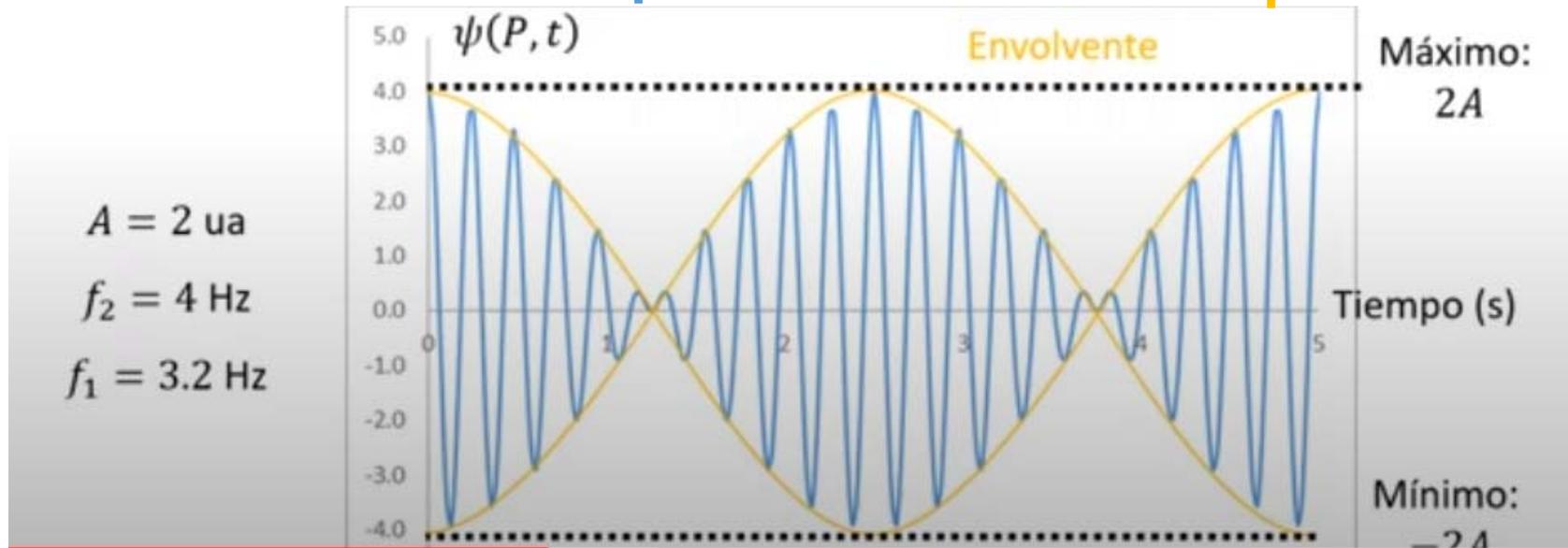
$$\psi = 2A \cdot \cos \left[\left(\frac{k_1 x_1 + k_2 x_2}{2} \right) - \omega_p t + \varphi_p \right] \cdot \cos \left[\left(\frac{k_1 x_1 - k_2 x_2}{2} \right) - \frac{\Delta \omega}{2} t + \frac{\Delta \varphi}{2} \right]$$

$$\psi = 2A \cdot \cos \left[\left(\frac{k_1 x_1 + k_2 x_2}{2} \right) - \omega_p t + \varphi_p \right] \cdot \cos \left[\left(\frac{k_1 x_1 - k_2 x_2}{2} \right) - \frac{\Delta \omega}{2} t + \frac{\Delta \varphi}{2} \right]$$

- Batidos: $k_1 \cong k_2$; $\omega_1 \cong \omega_2$
- $\psi = 2A \cdot \cos[k_p x - \omega_p t + \varphi_p] \cdot \cos \left[\frac{\Delta k}{2} x - \frac{\Delta \omega}{2} t + \frac{\Delta \varphi}{2} \right]$
- Ondas estacionarias: $k_1 = k_2 = k$; $\omega_1 = -\omega_2 = \omega$
- $\psi = 2A \cdot \cos[kx + \varphi_p] \cdot \cos \left[-\omega t + \frac{\Delta \varphi}{2} \right]$
- Interferencia: $x_1 \neq x_2$; $k_1 = k_2 = k$; $\omega_1 = \omega_2 = \omega$
- $\psi = 2A \cdot \cos[kx_p - \omega t + \varphi_p] \cdot \cos \left[k \left(\frac{\Delta x}{2} \right) + \frac{\Delta \varphi}{2} \right]$

Batidos $\psi = 2A \cdot \cos[k_p x - \omega_p t + \varphi_p] \cdot \cos\left[\frac{\Delta k}{2} x - \frac{\Delta \omega}{2} t + \frac{\Delta \varphi}{2}\right]$

- A x fijo



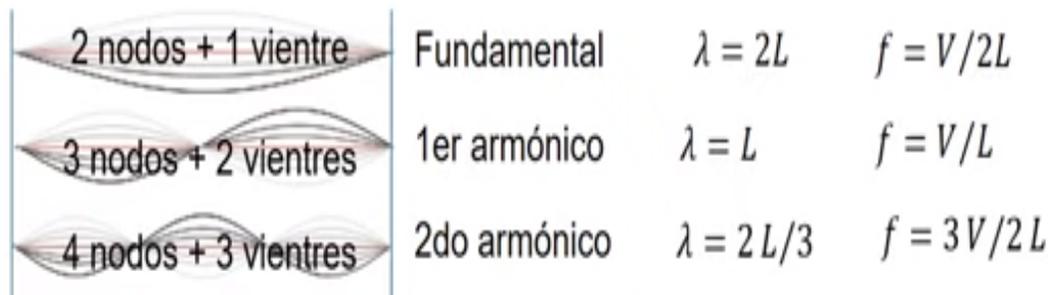
- $T_{Bat} = \frac{T_{Env}}{2} \rightarrow f_{Bat} = 2f_{Env} = f_1 - f_2 \rightarrow f_{Bat} = |f_1 - f_2|$

<https://www.szynalski.com/tone-generator/>

Ondas estacionarias $\psi = 2A \cdot \cos[kx + \varphi_p] \cdot \cos\left[-\omega t + \frac{\Delta\varphi}{2}\right]$

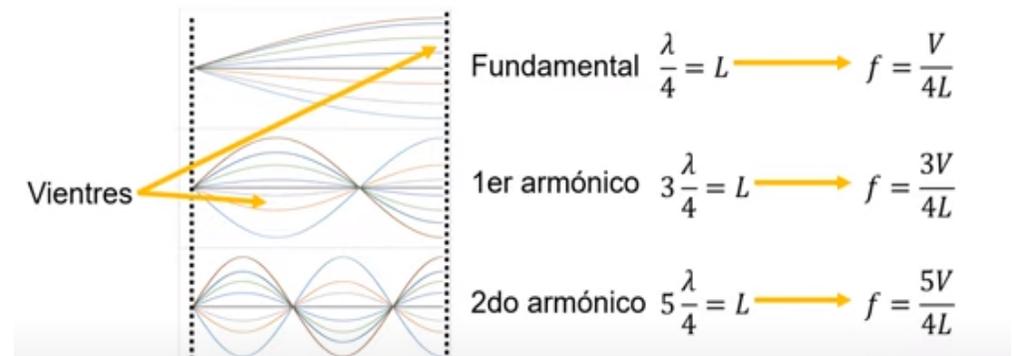
- La amplitud máxima de cada punto de la soga es diferente.
- En sogas: Así se ve la soga en distintos tiempos

Soga con dos extremos fijos



$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{ o bien } f_n = \frac{n \cdot V}{2L} \text{ con } n \geq 1$$

Soga con un extremo fijo y otro libre



$$\lambda_n = \frac{4L}{(2n-1)} \text{ o bien } f_n = \frac{(2n-1)V}{4L} \text{ con } n \geq 1$$

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/ondas/cuerda/cuerda.html>

Ondas estacionarias $\psi = 2A \cdot \cos[kx + \varphi_p] \cdot \cos\left[-\omega t + \frac{\Delta\varphi}{2}\right]$

- Se puede hacer una analogía entre la soga y aire en tubo:
 - Tubo abierto=extremo libre(desplazamiento)=extremo fijo(diferencia de presión)
 - Tubo cerrado=extremo fijo (desplazamiento)=extremo libre(diferencia de presión)

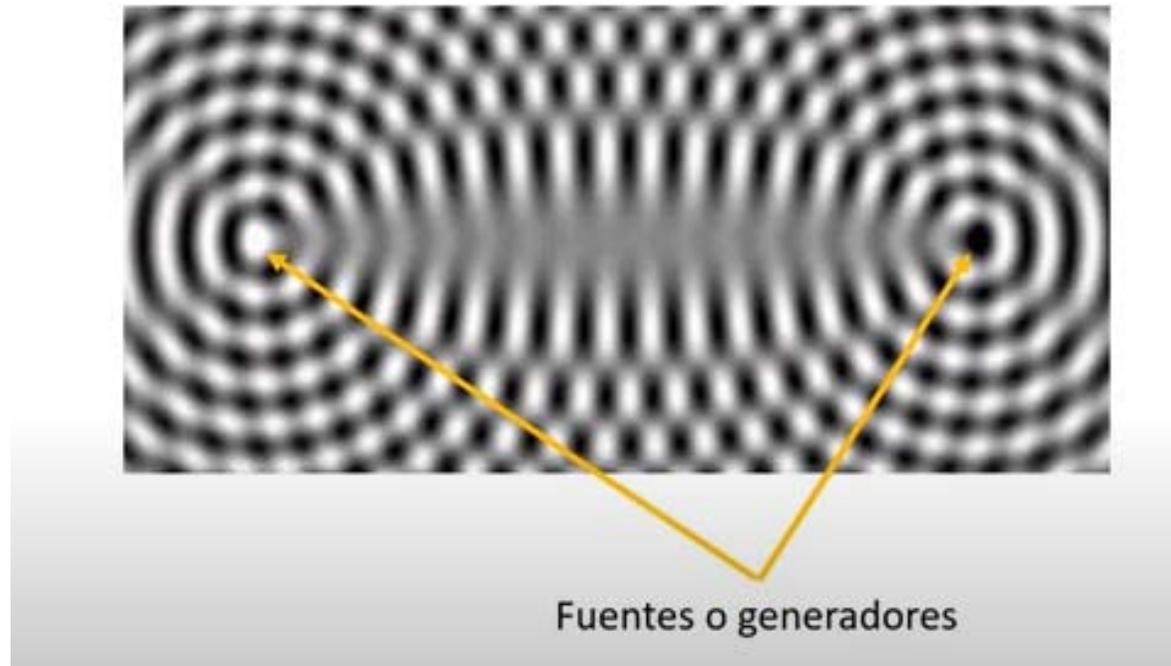
https://www.walter-fendt.de/html5/phes/standinglongitudinalwaves_es.htm

Nota: en teóricas suman seno, $\varphi=\pi/2$. Entonces $\xi = 2A \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$ (EJ.4)

Interferencia

$$\psi = 2A \cdot \cos[kx_p - \omega t + \varphi_p] \cdot \cos \left[k \left(\frac{\Delta x}{2} \right) + \frac{\Delta \varphi}{2} \right]$$

- La amplitud resultante queda determinada por la diferencia de camino y de fase



- https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_es.html